



## INFLUÊNCIA DE NERVURAS TRANSVERSAIS NOS DESLOCAMENTOS IMEDIATOS EM LAJES FORMADAS POR VIGOTAS PRÉ-MOLDADAS

M. L. de O. Medrano<sup>(1)</sup>, J. R. de Figueiredo Filho<sup>(1)</sup>, R. C. Carvalho<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> UFSCar - Universidade Federal de São Carlos

Depto. Engenharia Civil, Rodovia Washington Luis, km 235

CEP 13565-905 – São Carlos-SP – Brasil – [jassonf@power.ufscar.br](mailto:jassonf@power.ufscar.br)

### RESUMO

A industrialização da construção civil resulta na racionalização dos sistemas construtivos. O uso de lajes compostas por vigotas pré-moldadas se insere nesse contexto, com a minimização do uso e montagem de fôrmas, uso de equipamentos simples para transporte, fácil manuseio e montagem e com pouco escoramento.

O uso de lajes com vigotas pré-fabricadas unidirecionais, para pequenos e médios vãos, tem sido a alternativa mais utilizada, mas apresentam um comportamento essencialmente de viga, perdendo vantagens oferecidas pelas placas.

Uma alternativa é a utilização de nervuras transversais, que levam a laje a apresentar um comportamento intermediário entre viga e placa. Essas nervuras são executadas in loco, com o auxílio de blocos de EPS, canaletas cerâmicas ou plaquetas de concreto. O uso dessas nervuras tem influência sobre o comportamento do pavimento, por exemplo, na distribuição do carregamento nas vigas de contorno, nos deslocamentos transversais e nos valores dos momentos fletores.

O estado de deformação excessiva é geralmente um fator limitante no dimensionamento, pois elementos esbeltos acarretam deslocamentos maiores, exigindo avaliações mais rigorosas. Em projetos com grandes vãos e elevadas cargas muitas vezes a alternativa com lajes nervuradas unidirecionais deixa de ser atrativa, levando à adoção de laje maciça, comprometendo vantagens oferecidas pelas construções pré-fabricadas.

Pretende-se avaliar a influência das nervuras transversais nos deslocamentos imediatos da laje, considerando a fissuração e deslocabilidade das vigas de contorno. Essa alternativa proporciona um comportamento estrutural satisfatório e preserva as vantagens dos sistemas industrializados.

*Palavras-chave:* lajes nervuradas, vigotas pré-moldadas, nervuras transversais e deslocamentos imediatos.

## 1 INTRODUÇÃO

O uso de grandes vãos livres é uma tendência das construções atuais, requerendo por parte dos projetistas de estruturas soluções com elementos estruturais que tenham bom desempenho estrutural e sejam de rápida execução. O emprego de lajes unidirecionais com vigotas pré-moldadas para pequenos e médios vãos é uma solução bastante econômica e racionalizada, mas apresentam um comportamento essencialmente de viga, perdendo importantes vantagens do comportamento de placa. Os sistemas estruturais que são executados com lajes pré-moldadas dispensam o uso de fôrmas e equipamentos especiais, são de fácil transporte, manuseio e montagem e requerem pouco escoramento, e devido a essas características têm sido cada vez mais utilizadas nas edificações.

Com a utilização de elementos esbeltos e grandes vãos (da ordem de 10,0 m), é muito comum a execução de paredes de alvenaria próximo do centro do vão, o que aumenta os esforços e deslocamentos, dessa maneira a verificação dos deslocamentos é importante para garantir a segurança e a confiabilidade que a estrutura deva oferecer em serviço.

Pouco se conhece sobre o desempenho de mais nervuras do que preconizado pela NBR 6118 [1] no desempenho da laje e, portanto o estudo vem contribuir para se ter um conhecimento maior da influência nos esforços e deslocamentos, em pavimentos formados por nervuras pré-moldadas com nervuras transversais.

## 2 METODOLOGIA E CARACTERIZAÇÃO DOS PAVIMENTOS

Os pavimentos analisados levam em consideração a influência de nervuras transversais nas flechas de lajes com vigotas pré-moldadas, variando os seguintes parâmetros: relação entre os vãos dos pavimentos, deslocabilidade e fissuração das vigas de contorno e quantidade de nervuras transversais. Os pavimentos serão formados por lajes isoladas, uniformemente carregadas e apoiadas em todo o contorno por vigas deslocáveis e indesejáveis (simulando o efeito de parede). Para a análise será usado o método da analogia de grelhas, através do programa GPLAN 4 desenvolvido por CORRÊA & RAMALHO [2] que compõem o projeto ANSER do SET/EESC/USP.

Para efeito de comparação serão analisados pavimentos formados por lajes unidirecionais (vigas simplesmente apoiadas com seção “T”), com nervuras transversais (desde uma até se atingir o mesmo intereixo da direção das nervuras longitudinais – laje bidirecional) para diversas situações, e também comparadas com lajes maciças calculadas pelo método elástico.

### 2.1 Características Gerais

- Cargas atuantes em todos os pavimentos:  $g_1 = 1,6 \text{ kN/m}^2$  (peso próprio, obtido de tabelas de lajes treliçadas);  $g_2 = 1,0 \text{ kN/m}^2$  (carga permanente secundária);  $q = 2,0 \text{ kN/m}^2$  (carga acidental). Carga total:  $p = g_1 + g_2 + q = 4,6 \text{ kN/m}^2$ .
- Características mecânicas adotadas para o concreto: resistência característica do concreto à compressão  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ; módulo de deformação longitudinal

$E = 3,22 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ ; módulo de deformação transversal  $G = 1,18 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ , respeitando a relação  $G \cong 0,4 \cdot E$  prescrito pela NBR 6118 [3].

As dimensões dos pavimentos, condições de apoio e tipo de lajes utilizadas são apresentados na Tabela 1. As alturas das vigas de contorno são apresentadas na Tabela 2, que foram definidas tomando como parâmetro 40 cm para as vigas de vãos de 4,0 m, considerando o critério de deformação limite (definido pela NBR 6118 [3]) e a condição AP2 refere-se a mesma seção transversal de AP1, mas considerando a fissuração.

**TABELA 1 – Características gerais dos pavimentos.**

Nome	Dimensões (m x m)	Apoio	Tipo	Nome	Dimensões (m x m)	Apoio	Tipo
<b>Laje01</b> <b>Lt12 (8+4)</b>	4,0×4,0	AP1; AP2;AP3	T1	<b>Laje04</b> <b>Lt16 (12+4)</b>	6,0×9,0	AP1; AP2;AP3	T2
<b>Laje02</b> <b>Lt16 (12+4)</b>	6,0×6,0	AP1; AP2; AP3	T2	<b>Laje05</b> <b>Lt12 (8+4)</b>	4,0×8,0	AP1;AP2; AP3	T1
<b>Laje03</b> <b>Lt12 (8+4)</b>	4,0×6,0	AP1; AP2; AP3	T1	<b>Laje06</b> <b>Lt16 (12+4)</b>	6,0×12,0	AP1; AP2;AP3	T2

**TABELA 2 – Seções transversais das vigas de apoio para condição AP1.**

Vão (m)	b (cm)	h (m)
4,0	20	40
6,0	20	45
8,0	20	50
9,0	20	55
12,0	20	60

## 2.2 Características dos pavimentos com lajes nervuradas

A quantidade de nervuras transversais dependerá do tamanho do maior vão na direção perpendicular às mesmas (sempre o menor em lajes com vãos diferentes), de modo a dividi-los sempre em faixas iguais e admitindo espaçamento múltiplo de 50 cm entre nervuras:

- vãos de 4,0 m – 1 (central), 3 (espaçadas de 1,0 m), 5 (a cada 0,67 m) e 7 (a cada 0,5m);
- vãos de 6,0 m – 2 (espaçadas de 2,0 m), 3 (espaçadas de 1,5 m), 5 (a cada 1,0 m), 7 (a cada 0,67 m), 9 (a cada 0,60 m) e 11 (espaçadas 0,5 m).

As lajes possuem características geométricas conforme a tabela 3, que por sua vez está referenciada à figura 1. Em todos os pavimentos considerou-se intereixo entre as nervuras principais constantes (distância entre eixos de nervuras adjacentes),  $i = 50 \text{ cm}$ .

**TABELA 3 – Características geométricas das lajes (cm).**

Tipo	Capa (e)	Altura	Altura da	Largura	Largura da nervura
------	----------	--------	-----------	---------	--------------------

		total (h)	alma (h - e)	da alma (b)	de travamento
T1	4	12	8	9,5	9,5
T2	4	16	12	9,5	9,5

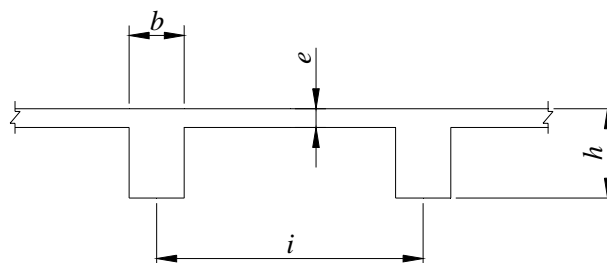


Figura 1 – Seção transversal da laje com nervuras pré-moldadas.

### 2.3 Pavimentos de lajes maciças

Para efeito de comparação com as lajes com nervuras transversais, são apresentados na tabela 4 os pavimentos de lajes maciças, com suas respectivas alturas. Para considerar a altura equivalente utilizou-se inicialmente o método da inércia equivalente (JI et al. [4]) e verificou-se a condição de deslocamento limite através do estado-limite de deformação excessivo (NBR 6118 [3]) para a definição da altura final. As lajes foram calculadas pelo método elástico, através das tabelas de Bares, adaptadas para um coeficiente de Poisson igual a 0,2.

TABELA 4 – Pavimentos de lajes maciças analisados.

Nome	Dimensões (m x m)	Apoio	Tipo altura (cm)	Nome	Dimensões (m x m)	Apoio	Tipo altura (cm)
LajeM01	4,0x4,0	AP3	T1 (9,0)	LajeM04	6,0x9,0	AP3	T2 (12,0)
LajeM02	6,0x6,0	AP3	T2 (12,0)	LajeM05	4,0x8,0	AP3	T1 (10,0)*
LajeM03	4,0x6,0	AP3	T1 (9,0)	LajeM06	6,0x12,0	AP3	T2 (13,0)*

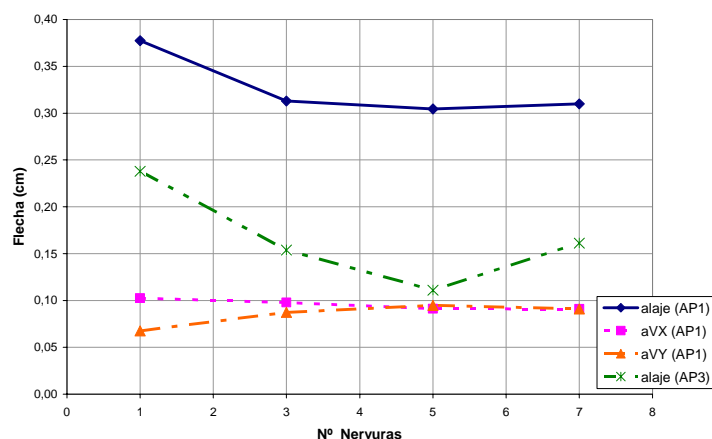
\* no caso das lajes M05 e M06 o critério da inércia equivalente foi insuficiente para respeitar o deslocamento limite (utilizando o método elástico para cálculo de placas), sendo adotada uma altura próxima que respeite o deslocamento limite e o critério.

## 3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com a resolução dos diversos pavimentos, os dados foram organizados através de gráficos para avaliar a influência de nervuras transversais nas flechas das lajes aproximando do comportamento de viga ou placa. Nas lajes analisadas a direção  $x$  corresponde ao maior vão da laje (direção das nervuras transversais), e  $y$  é paralelo as vigotas principais (menor vão).

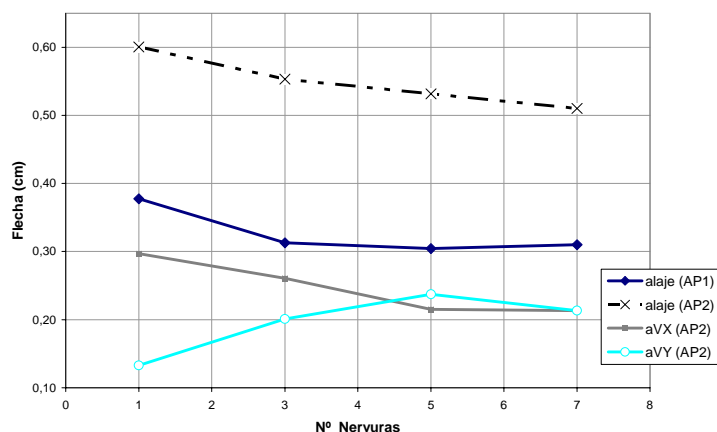
### 3.1 Pavimentos com $\lambda = 1,0$

Na figura 2 apresenta-se as curvas das flechas da laje L01 (4,0 x 4,0 m) e das vigas do contorno considerando a influência da deslocabilidade (AP1), comparando com a situação de apoios indeslocáveis (AP3).



**Figura 2 – Flechas da laje e vigas em função do incremento de nervuras transversais, para a condição AP1 e AP3.**

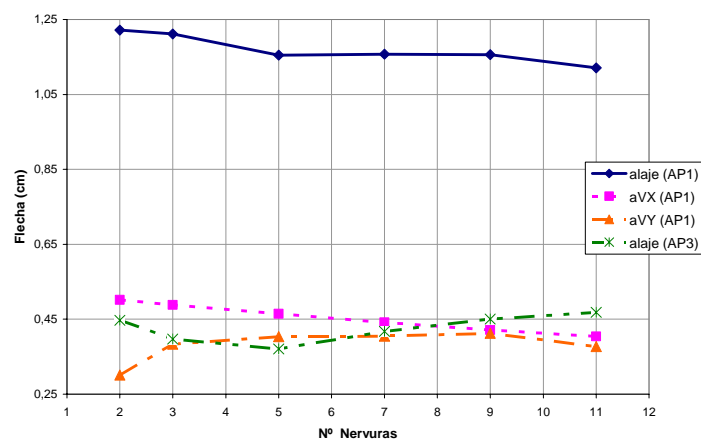
O enrijecimento das vigas do contorno (figura 2) contribuiu para a redução da flecha, sendo o comportamento mais favorável com o uso de cinco nervuras transversais. Da condição AP1 para AP3 houve uma redução de 63,4% no valor da flecha, e de 24,75% com relação à placa equivalente ( $a_{placa} = 0,404$  cm). A partir de cinco nervuras as vigas dos apoios nas duas direções mantêm constantes os deslocamentos, demonstrando assim um equilíbrio na distribuição de esforços nas duas direções.



**Figura 3 – Flechas da laje e viga considerando a fissuração dos apoios (AP2).**

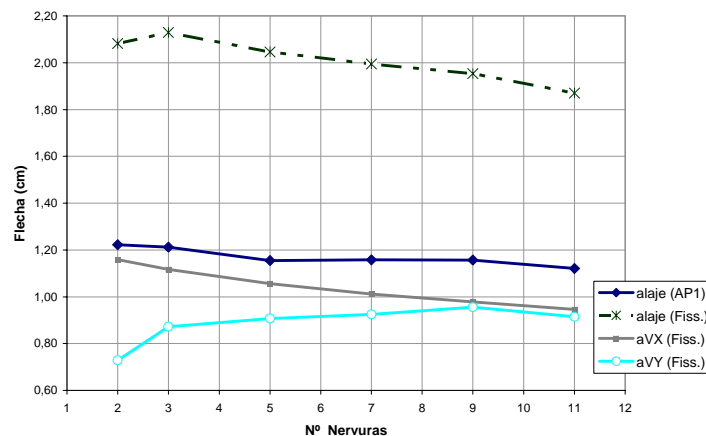
Com a consideração da fissuração (figura 3) há em média um acréscimo de 40,7% nos valores da flecha, alterando a situação mais favorável para com sete nervuras transversais (laje bidirecional). As vigas do contorno são mais solicitadas à medida que se aumenta a quantidade de nervuras transversais, redistribuindo os esforços da laje nas duas direções e aproveitando melhor as seções das vigas.

A figura 4 contém as curvas das flechas da laje e das vigas do contorno para a laje L02 (6,0 x 6,0 m), considerando a deslocabilidade das vigas do contorno, e para comparação as curvas de flecha para a situação de apoios indeslocáveis (AP3).



**Figura 4 – Flechas da laje e viga em função da quantidade de nervuras transversais para a laje L02 (AP1 e AP3).**

Com o enrijecimento dos apoios (AP1 para AP3), houve uma redução de 67,9% no valor da flecha utilizando cinco nervuras transversais, entretanto não foi a situação mais favorável de deslocamentos das vigas do contorno só atingindo valores de flechas próximos com o uso de nove nervuras. Com essa quantidade de nervuras e na condição de apoio AP1, a flecha da laje L02 foi 39,8% inferior ao comportamento de viga e 17,0% superior ao de placa, entretanto na condição AP3 houve uma redução de 80,6% e 62,4% respectivamente ao comportamento de viga e placa. Portanto o uso de algumas nervuras transversais proporcionou ao pavimento um comportamento próximo de placa.

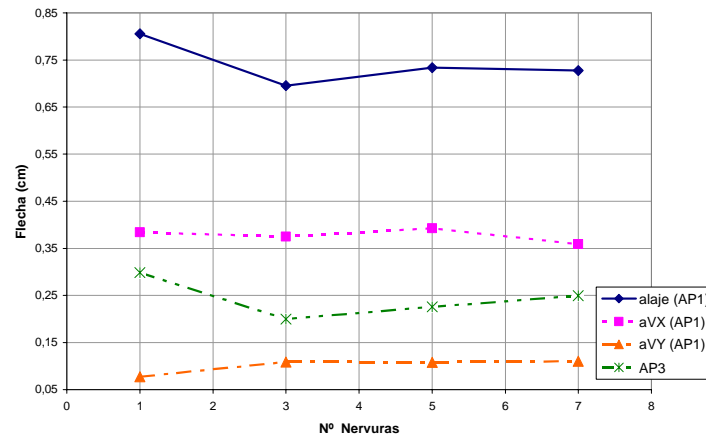


**Figura 5 - Flechas da laje e viga em função do incremento de nervuras transversais, para a condição AP2.**

Com a consideração da fissuração das vigas do contorno (figura 5) há um aumento médio de 41,8% nos valores da flecha, e a redução nos valores da flecha é proporcional ao incremento de nervuras transversais apresentando o melhor comportamento com onze nervuras (laje bidirecional), contrastando com as curvas da figura 4. Com a fissuração dos apoios, a flecha da laje (condição AP1) foi 14,54% superior a obtida em viga simplesmente apoiada com seção transversal “T” ( $a_{viga}^T = 0,987$  cm).

### 3.2 Pavimentos com $\lambda = 1,5$

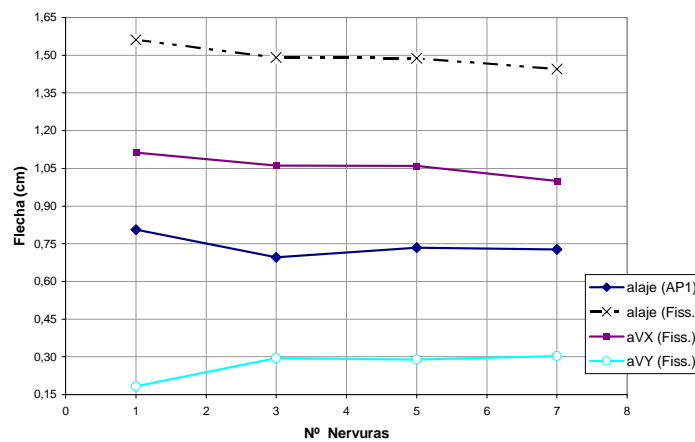
A figura 6 contém as curvas das flechas da laje e das vigas do contorno para a laje L03 (4,0 x 6,0 m), considerando a deslocabilidade das vigas do contorno (AP1), comparando com a situação indeslocáveis (AP3).



**Figura 6 - Flechas da laje e vigas em função do incremento de nervuras transversais, para a condição AP1 e AP3.**

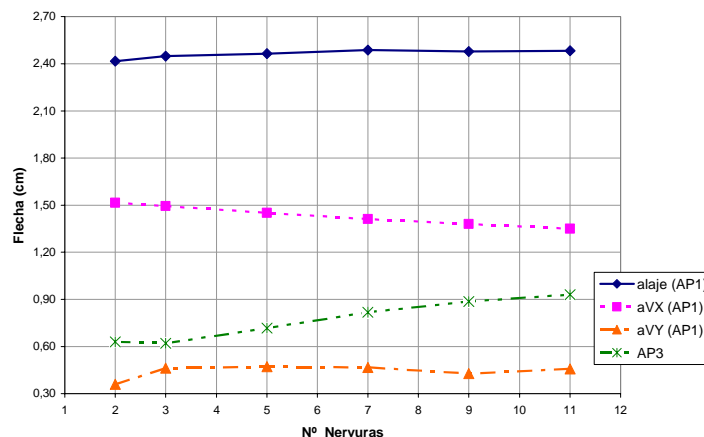
Para essa geometria de pavimento (L03 –  $\lambda = 1,5$ ) a situação mais favorável foi obtida com três nervuras transversais, sendo 22,67% e 12,78% inferiores ao comportamento de viga e placa respectivamente. Considerando o uso de três nervuras transversais e a deslocabilidade dos apoios há uma redução de 71,26% na flecha da condição AP1 para AP3. Entretanto nessa situação não houve a convergência nos valores das flechas das vigas do contorno, mantendo uma diferença de 70,93% em relação ao maior vão (direção x).

Com a consideração da fissuração dos apoios (figura 7), houve um aumento médio de 53,31% nos valores das flechas, sendo aproximadamente constante com o incremento de nervuras transversais. Mas a menor diferença entre os deslocamentos se manteve constante a partir de três nervuras, em média de 70,00% em relação à direção x.



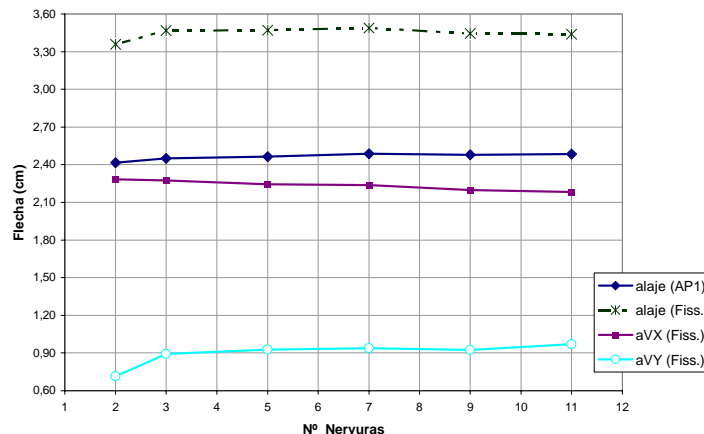
**Figura 7 - Flechas da laje e viga em função do incremento de nervuras transversais, para a condição AP2.**

Na laje L04 (6,0 x 9,0 m) a flecha aumentou com o incremento de nervuras transversais, sendo a situação mais favorável com o uso de duas nervuras. Comparando com o comportamento de viga ( $a_{viga} = 1,920$  cm) e placa ( $a_{placa} = 1,875$  cm) houve um aumento médio de 30,00%, e a diferença dos valores das flechas nas duas direções foi constante (66,95%) a partir de cinco nervuras.



**Figura 8 - Flechas da laje e vigas em função do incremento de nervuras transversais, para a condição AP1 e AP3.**

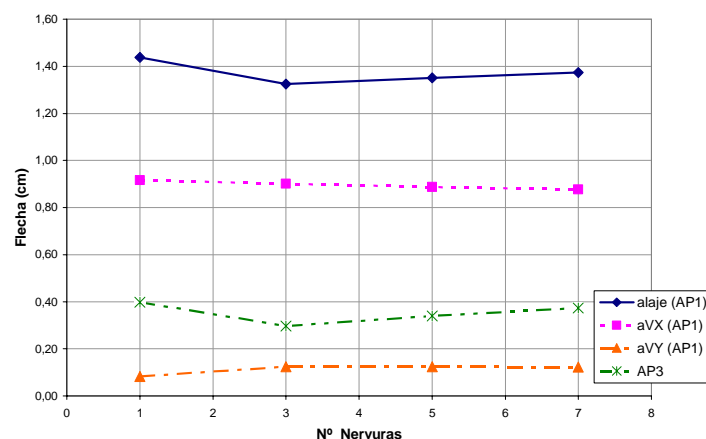
Considerando a fissuração dos apoios (figura 9) a diferença entre a flecha nas condições AP1 e AP2 foi constante com o incremento de nervuras e em média 28,71%; entretanto com o uso de duas nervuras a diferença foi de 28,00% demonstrando a pequena influencia nas flechas. Inclusive o comportamento se manteve semelhante nas vigas do contorno, mantendo uma diferença média de 58,06%.



**Figura 9 - Flechas da laje e viga em função do incremento de nervuras transversais, para a condição AP2.**

### 3.3 Pavimentos com $\lambda = 2,0$

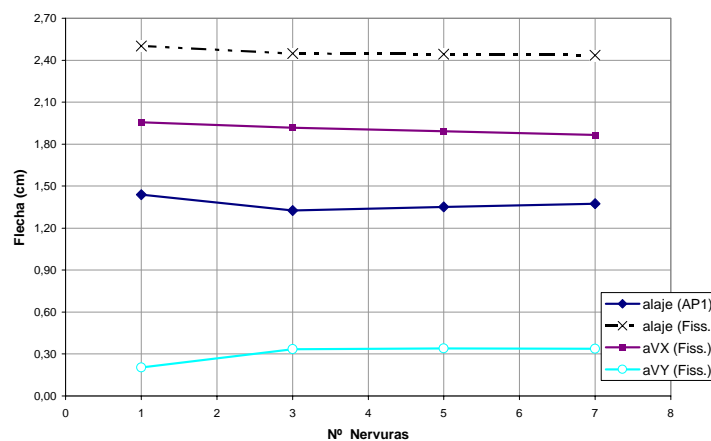
A figura 10 contém as flechas da laje (L05 – 4,0 x 8,0 m) e das vigas do contorno em função do aumento da quantidade de nervuras transversais, para a condição de apoio AP1.



**Figura 10 – Flechas da laje e das vigas do contorno em função da quantidade de nervuras transversais, para a condição de apoio AP1.**

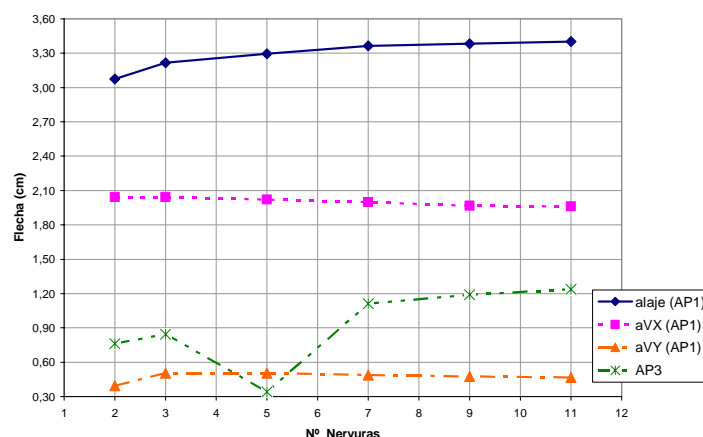
Com o incremento de nervuras houve uma tendência de redução nas flechas da laje (AP1), sendo a situação mais favorável com o uso de três nervuras. Nesse pavimento a flecha foi 71,41% superior ao comportamento de placa ( $a_{placa} = 0,773$  cm), e 42,22% superior às da viga ( $a_{viga} = 0,900$  cm). Nas vigas de contorno as flechas foram constantes com o incremento de nervuras, demonstrando que a direção  $x$ , perpendicular as nervuras principais é mais solicitada ressaltando nesse pavimento o comportamento de laje unidirecional.

Com a consideração da fissuração dos apoios (figura 11) houve um aumento médio nas flechas de 44,67%, mantendo-se constante para as varias quantidades de nervuras transversais.



**Figura 11 - Flechas da laje e viga em função do incremento de nervuras transversais, para a condição AP2.**

Na laje L06 (6,0 x 12,0 m – figura 12) a flecha manteve um crescimento com o incremento de nervuras transversais, sendo a situação mais favorável com o uso de duas nervuras. A deslocabilidade dos apoios aumenta em 66,90% os valores da flecha, mantendo um deslocamento constante das flechas dos apoios com o incremento de nervuras.



**Figura 12 - Flechas da laje e das vigas do contorno em função da quantidade de nervuras transversais, para a condição de apoio AP1.**

A flecha da laje (AP1) foi 52,05% e 60,20% superior ao comportamento de placa ( $a_{placa} = 2,023$  cm) e viga ( $a_{viga} = 1,920$  cm) respectivamente. Considerando a influência da fissuração, houve um aumento médio de 23,34% nas flechas da laje.

#### 4 CONCLUSÕES

O estudo demonstra o potencial oferecido pelo uso de nervuras transversais, proporcionando ao pavimento um comportamento próximo de placa, principalmente com relação entre os vãos ( $\lambda$ ) igual a 1,0 e 1,5 utilizando poucas nervuras transversais (sem a necessidade de manter o mesmo intereixo nas duas direções – laje bidirecional), facilitando assim a execução e tornando-as atrativas economicamente. A deslocabilidade e fissuração dos apoios contribuíram para aumentar os valores das flechas, entretanto manteve uma proporcionalidade com as curvas em que se consideram os apoios íntegros, sendo o aumento da flecha constante com o incremento de nervuras transversais.

#### 5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo financiamento deste trabalho.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. “Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado”. NBR6118, Rio de Janeiro, 1980.
- [2] CÔRREA, M.R.S.; RAMALHO, M.A.. “Sistema laser de análise estrutural”. Simpósio Nacional de Tecnologia de Construção: Software para Projeto de Edifícios, São Paulo, 1987.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. “Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento”. NBR6118, Rio de Janeiro, 2003.
- [4] JI, X. et al.. “Deflection of waffle slabs under gravity and in-plane loads. Deflections of concrete structures, Detroit - ACI, 1985.